Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas

Libre config. Mat./Fís.
03–03–2004

Guión de la práctica

1. Objetivo

Resolver la ecuación

$$\begin{aligned} &-u''(x) + c(x)u(x) = f(x) \qquad \text{en } (a,\, b) \\ &u(a) = \alpha \qquad u(b) = \beta \end{aligned} \tag{1}$$

por el método de diferencias finitas. Tomaremos: $a = 0$, $b = 1$, $\alpha = 1$, $\beta = 0$, $c(x) = x$ y $f(x) = (1 + 2x - x^2)\exp(x)$.

1.1. Pasos a seguir:

- Editar un M–fichero y escribir la orden `clear` en la primera línea.
- Introducir los datos del problema: a, b, α, β , los datos de la malla: N, $h = 1/(N + 1)$ y el vector $x = \{ih, \quad i = 1, \cdots, N\}$.
- Calcular el término independiente $b = (h^2 f(x_1) + \alpha, \cdots, h^2 f(x_i), \cdots, h^2 f(x_N) + \beta)^\top$.
- Utilizar los commandos `ones` y `diag` de Matlab para introducir la matriz tridiagonal

  $$D = \text{tridiag}(-1, 2, -1).$$

- Calcular la matriz completa A y resolver el sistema lineal $Au = b$ mediante la orden \.
- Utilizar la orden `plot` para comparar gráficamente entre la solución aproximada y la solución exacta:

  $$\text{sol}(x) = (1 - x)\exp(x).$$

1.2. Extensiones

- Definir el término independiente f y el coeficiente c mediante ficheros de función.
- Usar la ayuda de Matlab para obtener información sobre el comando `sparse` y emplearlo para redefinir la matriz D.
- Introducir D mediante un fichero de función cuyo argumento de entrada es la dimensión de la matriz.

1.3. Estudio del error

- Se trata de comprobar numéricamente que el método de diferencias finitas tiene convergencia cuadrática:

  $$\text{error} := \max_i |u(i) - \text{sol}(x_i)| = O(h^2).$$

  Calcular el error para varios valores de N usando un bucle `for` (se suele tomar $N+1 = 4, 8, 16, 32, 64$) y representar el error $h \mapsto \text{error}(h)$ y la función $h \mapsto h^2$ en una misma gráfica con una escala logarítmica. Para ello se usa la orden `loglog` de Matlab. Interpretar el resultado.
- Rehacer el apartado anterior tomando esta vez $c(x) = -\pi^2$. Notar que ahora

  $$f(x) = (1 - \pi^2)\exp(x) + (1 + \pi^2)x\exp(x).$$